ЗАВДАННЯ
ІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії
2019-2020 навчального року
10 клас

1. Юний астроном на Землі бачить Місяць в сузір'ї Овна. В цей же момент часу астронавт, що знаходиться на Місяці, дивиться на Землю. Зорі якого сузір'я оточують Землю для астронавта? Відповідь обґрунтуйте.(2б)

Розв'язок. Юний астроном на Землі і астронавт на Місяці дивляться в протилежні сторони. Відповідно астронавт бачить Землю в сузір'ї, що лежить в протилежному напрямку на небі відносно Овна. Це сузір'я Терезів.

2. Кожного року відбувається хоча б одне сонячне затемнення з полосою повної фази 10000км та шириною 200км. Виходячи з цього, оцініть як часто повне затемнення відбувається в певному пункті Землі. (3б)

Розв'язок. Площа полоси повної фази – $10000\text{км} \cdot 200\text{км} = 2 \cdot 10^6 \text{кв. м.}$ Площа земної поверхні $4\pi R_{\oplus}^2 = 514 \cdot 10^6 \text{кв. км.}$ Розділивши другу площу на першу, отримаємо 257. Якщо вважати, що затемнення у всіх точках Землі рівноймовірні, то через конкретний пункт полоса повної фази в середньому один раз за 257 років. Враховуючи оціночний характер задачі правильним можна вважати відповідь 200-300р.

3. Дерев'яний брусок густиною $700\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ плаває в воді на місячній космічній базі. Як зміниться архімедова сила, що діє на брусок, якщо він буде плавати в маслі? (густина води $1000\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, масла – $900\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, прискорення вільного падіння на Місяці $1{,}6\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$). Порівняйте значення архімедової сили на Землі та на Місяці.(2б)

Розв'язок. Так як густина бруска менше як густини води так і густини масла, то він буде плавати і в воді, і в маслі. В обох випадках архімедова сила буде рівна вазі і не зміниться коли перекласти брусок з води в масло. Інша справа, що вага бруска буде в 6 разів менша чим на землі.

4. Оцініть на яку висоту може стрибнути астронавт, який висадився на поверхню Місяця? Масою скафандру знехтувати і вважати, що автронавт може стрибнути на Землі на висоту 2м.(3б)

Розв'язок. Висота, на яку може стрибнути астронавт, визначається співвідношенням $h = \frac{v^2}{2g}$, де v – вертикальна швидкість стрибка, а g – прискорення вільного падіння. Якщо знехтувати масою скафандру, то швидкість v визначається тільки фізичними можливостями астронавта і однакова на Землі та Місяці. Прискорення вільного падіння на поверхні небесного тіла дорівнює $g = \frac{GM}{R^2}$, де M та R – його маса та радіус. Маса Місяця в 81,3 раз менше маси Землі, а її радіус менше земного в 3,67 рази. Отримаємо, що прискорення вільного падіння на Місяці в 6,04 рази менше чим на Землі, відповідно в стільки ж раз висота стрибку на Місяці буде більше чим на Землі.

Якщо припустити, що на Землі астронавт стрибає на висоту 2 метри, то на Місяці він міг би стрибнути на висоту 12 метрів.

5. Припустимо, що Місяць в фазі першої четверті покриває зорю Альдебаран(α Тільця). В який період року це відбувається.(2б)

Розв'язок. Зоря Альдебаран знаходиться неподалік від екліптики в сузір'ї Тільця. Сонце проходить цю область неба в кінці травня – початок червня. Місяць знаходиться в фазі першої чверті, що віддаляє Місяць від Сонця на 90^0 на схід і знаходиться він в тому місці неба, куди Сонце прийде через три місяці. Відповідно це відбувається кінець лютого – початок березня.

6. Зоряна величина планети в протистоянні на $3{,}43^m$ менше чим в сполученні. Що це за планета? (3б)

Розв'язок. Відповідь на питання даної задачі можна надати і без розрахунків. У всіх далекий планет гігантів блиск в сполученні та протистоянні відрізняється не більше чим на 1^m, і лише для Марса може перевищувати 3 зоряні величини. В цьому ми можемо переконатися за допомогою обчислень. Якщо вважати орбіти планет коловими з радіусами a та a_0 відповідно, то різниця в блиску в протистоянні та сполученні виражається формулою.

$$\Delta m = 5\lg\frac{a+a_0}{a-a_0}$$

звідки отримуємо $\frac{a}{a_0} = 1{,}52$, що означає, що мова йде про Марс.

7. У жителів майбутнього виникло бажання позбутися Місяця через постійні припливи та відпливи. Яку додаткову швидкість потрібно надати Місяцю щоб він покинув Землю? ($M = 7{,}34 \cdot 10^{22}$кг, $R = 1737$км)(3б)

Розв'язок. Місяць обертається навколо Землі по коловій орбіті, тобто його швидкість $v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \approx 1{,}02\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$. Щоб покинути Землю Місяць повинен набути другої космічної швидкості, яка більша в $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ рази і складає $1{,}45\frac{\text{км}}{\text{с}}$. Тобто для реалізації своєї ідеї Місяцю потрібно надати додаткову швидкість $0{,}43\,\frac{\text{км}}{\text{с}}$.

8. Як Ви думаєте – якби на Венері умови для життя стали б більш зручними, чим зараз, якби це відобразилось на її блиску на земному небі? Якби в даному випадку змінився б блиск Марса?(3б)

Розв'язок. Через високу густину атмосфери Венери там спостерігається дуже сильний «парниковий ефект», що запобігає втраті тепла планетою, через це її поверхня розігріта до $400 - 500^0$С. При такій великій температурі життя не може існувати. Але завдяки щільній атмосфері планета Венера виглядає такою яскравою на нашому небі. Життя на Венері було б можливим, якби її атмосфера була більш розріджена і не мала такого щільного шару хмар. Але в цьому випадку Венера виглядала б слабким об'єктом.

На марсі ситуація обернена. Атмосфера цієї планети вкрай розріджена, рідкої води на Марсі не знайдено, і це ще більше охолоджує планету. В цьому випадку наявність щільної атмосфери та води (за припущеннями та дослідженнями мала бути на Марсі) на ньому було б можливе життя та блиск значно збільшився б.

9. Назвіть 7 найяскравіших об'єктів доступних для спостереження у Полтаві (2б).
Розв'язок. Сонце, Місяць, Юпітер, Венера, Марс, Меркурій, Сіріус.

10. В телескоп доступні для спостереження зорі 18^m. Чи можна побачити в нього подвійну зорю кожна компонента якої має 19^m. Відповідь обгрунтуйте.(2б)
Розв'язок. По визначенню зоряної величини зорі n-ї величини яскравіше зорі $(n+1)$-ї величини в $\sqrt[5]{100} \approx 2{,}512$ рази. Дві зорі 19^m величини яскравіше одної зорі 19^m тільки в два рази. Відповідно, така зоря слабша, чим зоря 18^m, і для спостереження в телескоп недоступна.

ЗАВДАННЯ
ІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії
2019-2020 навчального року
11 клас

1. Юний астроном на Землі бачить Місяць в сузір'ї Овна. В цей же момент часу астронавт, що знаходиться на Місяці, дивиться на Землю. Зорі якого сузір'я оточують Землю для астронавта? Відповідь обґрунтуйте.(2б)

Розв'язок. Юний астроном на Землі і астронавт на Місяці дивляться в протилежні сторони. Відповідно астронавт бачить Землю в сузір'ї, що лежить в протилежному напрямку на небі відносно Овна. Це сузір'я Терезів.

2. Кожного року відбувається хоча б одне сонячне затемнення з полосою повної фази 10000км та шириною 200км. Виходячи з цього, оцініть як часто повне затемнення відбувається в певному пункті Землі. (2б)

Розв'язок. Площа полоси повної фази – $10000\text{км} \cdot 200\text{км} = 2 \cdot 10^6 \text{кв. м.}$ Площа земної поверхні $4\pi R_{\oplus}^2 = 514 \cdot 10^6 \text{кв. км.}$ Розділивши другу площу на першу, отримаємо 257. Якщо вважати, що затемнення у всіх точках Землі рівноймовірні, то через конкретний пункт полоса повної фази в середньому один раз за 257 років. Враховуючи оціночний характер задачі правильним можна вважати відповідь 200-300р.

3. В скільки разів зменшиться світність Сонця, якщо половина його поверхні покриється плямами. (Температура сонячної плями 4200К)(3б)

Розв'язок. Світність Сонця у випадку, коли плями не займають значну частину його поверхні $L_0 = 4\pi\sigma R^2 T_0^4$, де σ – стала Стефана-Больцмана, R – радіус Сонця, а T_0 – температура його поверхні, що дорівнює 6000К. Якщо ж плями з температурою $T = 4200K$ покриють половину поверхні Сонця, його світність стане рівною $L = 2\pi\sigma R^2(T_0^4 + T^4)$. Як результат світність зменшиться в $\frac{L_0}{L} = \frac{4\pi\sigma R^2 T_0^4}{2\pi\sigma R^2(T_0^4+T^4)} = \frac{2T_0^4}{T_0^4+T^4} \approx 1{,}61$ разів.

4. Оцініть на яку висоту може стрибнути астронавт, який висадився на поверхню Місяця? Масою скафандру знехтувати і вважати, що автронавт може стрибнути на Землі на висоту 2м.(3б)

Розв'язок. Висота, на яку може стрибнути астронавт, визначається співвідношенням $h = \frac{v^2}{2g}$, де v – вертикальна швидкість стрибка, а g – прискорення вільного падіння. Якщо знехтувати масою скафандру, то швидкість v визначається тільки фізичними можливостями астронавта і однакова на Землі та Місяці. Прискорення вільного падіння на поверхні небесного тіла дорівнює $g = \frac{GM}{R^2}$, де M та R – його маса та радіус. Маса Місяця в 81,3 раз менше маси Землі, а її радіус менше земного в 3,67 рази. Отримаємо, що прискорення вільного падіння на Місяці в 6,04 рази менше чим на Землі, відповідно в стільки ж раз висота стрибку на Місяці буде більше чим на Землі.

Якщо припустити, що на Землі астронавт стрибає на висоту 2 метри, то на Місяці він міг би стрибнути на висоту 12 метрів.

5. В 1054 році в нашій Галактиці спалахнула наднова в сузір'ї Тільця. В наш час на цьому місці спостерігається Крабовидна туманність. Вимірювання променевих швидкостей газу в туманності показало, що вона розширюється зі швидкістю $1200\frac{\text{км}}{\text{с}}$ від центра. Кутові розміри туманності, виміряні в 2004 році, склали приблизно $5'$. Оцініть приблизну відстань до Крабовидної туманності в парсеках ($1\text{пк} = 3{,}086 \cdot 10^{16}\text{м}$)(4б)

Розв'язок. Крабовидна туманність почала розширятися за 950 років до настання 2004 року, швидкість розширення приблизно $1200\frac{\text{км}}{\text{с}}$. Тому лінійний розмір D Крабовидної туманності $D = 2tv = 2{,}32\text{пк}$. Відповідно відстань до Крабовидної туманності

$$R = \frac{D \cdot 206265''}{d''} = \frac{2{,}32 \cdot 206265''}{5 \cdot 60} \approx 1{,}6\text{кпк}$$

6. Деяка планета спостерігається з Землі. Її синодичний період в 3 рази більше, чим сидеричний. На якій мінімальній відстані може проходити ця планета від Землі? Орбіти планет вважати коловими. (5б)

Розв'язок. Запишемо формулу для синодичного періоду. Так як не вказано яка планета внутрішня чи зовнішня розглянемо два випадки.

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\text{П}} - \frac{1}{T_\text{З}} \quad \text{та} \quad S = 3T_\text{П}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\text{З}} - \frac{1}{T_\text{П}} \quad \text{та} \quad S = 3T_\text{п}$$

де S – синодичний період, $T_\text{П}$ – сидеричний період обертання планети, $T_\text{з}$ – сидеричний період обертання Землі.

Підставимо значення синодичних періодів для обох випадків, та запишемо третій закон Кеплера:

$$\frac{1}{3T_\text{П}} = \frac{1}{T_\text{П}} - \frac{1}{T_\text{З}} \quad \text{та} \quad \frac{1}{3T_\text{П}} = \frac{1}{T_\text{З}} - \frac{1}{T_\text{П}}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{T_\text{П}}{T_\text{З}} \quad \text{та} \quad \frac{4}{3} = \frac{T_\text{П}}{T_\text{З}}$$

$$\frac{T_\text{П}^2}{T_\text{З}^2} = \frac{a_\text{П}^3}{a_\text{З}^3}, \text{відповідно} - \frac{T_\text{П}^2}{T_\text{З}^2} = \frac{a_\text{П}^3}{a_\text{З}^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ та } \frac{T_\text{П}^2}{T_\text{З}^2} = \frac{a_\text{П}^3}{a_\text{З}^3} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$a_\text{П} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} \approx 0{,}76 \text{ а.е. и } a_\text{П} = \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3} \approx 1{,}21 \text{ а.е. (2 балла)}$$

Аналізуючи обидва випадки мінімальна відстань до Землі буде 0,21а.о. у випадку коли планета зовнішня.

7. Дві однакові нейтронні зорі обертаються навколо спільного центру мас по коловій орбіті з періодом 7 годин. На якій відстані вони знаходяться, якщо їх маси більші маси Сонця в 1,4 рази? $\left(M_\odot = 2^{30}\text{кг}\right)$.(3б)

Розв'язок. Зорі знаходяться на відстані $2R$ одна від одної і притягуються одне до одного з силою $F_1 = \frac{Gm^2}{(2R)^2} = \frac{1{,}96GM_\odot^2}{(2R)^2}$. З другого боку, та ж сила по закону Ньютона $F_2 = \frac{mv^2}{R} = \frac{1{,}4M_\odot 4\pi^2 R^2}{RT^2}$. Прирівнявши сили та виразивши R отримаємо

$$R = \sqrt[3]{\frac{1{,}4GM_\odot T^2}{16\pi^2}} = 3 \cdot 10^6\text{м} = 3000\text{км}$$

8. Як Ви думаєте – якби на Венері умови для життя стали б більш зручними, чим зараз, якби це відобразилось на її блиску на земному небі? Якби в даному випадку змінився б блиск Марса?(3б)

Розв'язок. Через високу густину атмосфери Венери там спостерігається дуже сильний «парниковий ефект», що запобігає втраті тепла планетою, через це її поверхня розігріта до $400 - 500^0$С. При такій великій температурі життя не може існувати. Але завдяки щільній атмосфері планета Венера виглядає такою яскравою на нашому небі. Життя на Венері було б можливим, якби її атмосфера була більш розріджена і не мала такого щільного шару хмар. Але в цьому випадку Венера виглядала б слабким об'єктом.

На марсі ситуація обернена. Атмосфера цієї планети вкрай розріджена, рідкої води на Марсі не знайдено, і це ще більше охолоджує планету. В цьому випадку наявність щільної атмосфери та води (за припущеннями та дослідженнями мала бути на Марсі) на ньому було б можливе життя та блиск значно збільшився б.

9. Вкажіть відповідність між туманністю та її типом (3б)

Назва туманності	Тип
А) Туманність трикутника	1) дифузна туманність
Б) Туманність Андромеди	2) галактика
В) Крабовидна туманність	3) планетарна туманність
Г) Кільце (сузір'я Ліри)	4) залишок вибуху наднової зорі
Д) Туманність Оріона	

Розв'язок. А-2, Б-2, В-4, Г-3, Д-1

10. В телескоп доступні для спостереження зорі 18^m. Чи можна побачити в нього подвійну зорю кожна компонента якої має 19^m. Відповідь обгрунтуйте.(2б)

Розв'язок. По визначенню зоряної величини зорі n-ї величини яскравіше зорі $(n+1)$-ї величини в $\sqrt[5]{100} \approx 2{,}512$ рази. Дві зорі 19^m величини яскравіше одної зорі 19^m тільки в два рази. Відповідно, така зоря слабша, чим зоря 18^m, і для спостереження в телескоп недоступна.